

2.2 (2) 椭圆的性质(1) (课后)

班级_____ 姓名_____ 学号_____

【基础练习】

- (1) 若椭圆的方程为 $16x^2 + 25y^2 = 400$, 则长半轴长为_____, 焦距为_____.
(2) 已知椭圆的对称轴为坐标轴, 若两个顶点的坐标分别为 $(0, 13)$ 、 $(-12, 0)$, 则此椭圆的焦点坐标为_____.
- 椭圆的一个顶点坐标为 $(-3, 0)$, 且短轴长时长轴长的 $\frac{1}{3}$, 则椭圆的标准方程为_____.
- 已知椭圆的一个焦点是 $F_1(-3, 0)$ 、且椭圆经过 $P(2, \sqrt{2})$, 则这个椭圆的标准方程是_____.
- 若方程 $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{k-4} = 1$ 表示的曲线是椭圆, 则焦点的坐标为_____.
- 如果点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 上一个动点, F_1 是椭圆的左焦点, 那么 $|PF|$ 的最大值是_____, $|PF_1|$ 的最小值是_____.
- 以椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的两个焦点及短轴的两个端点为四个顶点的椭圆方程为_____.
- 已知椭圆以原点为在中心, 长轴长是短轴长的 2 倍, 且过点 $(-2, -4)$, 则此椭圆的标准方程是_____.
- 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与 $\frac{x^2}{9-k} + \frac{y^2}{25-k} = 1 (0 < k < 9)$ 有
(A) 相等的长轴和短轴; (B) 相等的焦距;
(C) 相同的焦点; (D) 有相同的顶点

【达标作业】

- 已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的点, F_1 、 F_2 是椭圆的两个焦点.
(1) 若 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 求 $S_{\triangle PF_1F_2}$;
(2) 若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 9, 求 $\angle F_1PF_2$ 的大小.

10. 已知动圆 C 过定点 $A(-3, 0)$, 且在定圆 $B: (x-3)^2 + y^2 = 64$ 的内部与定圆 B 相切, 求动圆的圆心 C 的轨迹方程.

11. $\triangle ABC$ 的两个顶点 A 、 B 的坐标分别是 $(-6, 0)$ 、 $(6, 0)$, AC 、 BC 边所在直线的斜率之积等于 $-\frac{4}{9}$, 求顶点 C 的轨迹方程.

【荣誉作业】

12. 若点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 上的动点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 垂足为 M , 求 PM 的中点轨迹的方程.

13. 已知椭圆的一个焦点为 F , 若椭圆上存在点 P , 满足以椭圆短轴为直径的圆与线段 PF 相切于线段 PF 的中点, 求该椭圆的离心率.

2.2 (2) 椭圆的性质(1) (课前)

【学习目标】

- 1、掌握椭圆的几何性质和它的简单应用.
- 2、学会通过方程来研究椭圆的几何性质的方法.

【例题讲解】

例 1. 求椭圆 $9x^2 + 25y^2 = 225$ 的长轴和短轴的长, 离心率以及焦点和顶点的坐标.

例 2. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 F_1 、 F_2 , 短轴的一个端点为 P .

- (1) 若 $\angle F_1PF_2$ 为直角, 焦距长为 2, 求椭圆 C 的标准方程;
- (2) 若 $\angle F_1PF_2$ 为钝角, 求椭圆 C 的离心率的取值范围.

例 3. 已知椭圆的焦距为 2, 离心率 $e = \frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 设点 P 是椭圆上一点, 且 $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$, 求 $\triangle P F_1 F_2$ 的面积.

【课堂练习】

1. 已知下列椭圆的方程, 分别求椭圆的长轴长, 短轴长, 离心率、焦点坐标和顶点坐标:

(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $25x^2 + 4y^2 = 100$.

2. 用离心率作为指标衡量, 下列每组两个椭圆中哪一个更接近圆?

(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$; (2) $x^2 + 9y^2 = 36$ 与 $5x^2 + 3y^2 = 30$.

3. 若一椭圆以原点为中心, 一个焦点的坐标为 $(\sqrt{2}, 0)$, 且长轴长是短轴长的 $\sqrt{3}$ 倍, 求该椭圆的标准方程