

2.2 (3) 椭圆的性质(2) (课后)

班级_____ 姓名_____ 学号_____

【基础练习】

1. 当 k 为_____时, 直线 $y = kx - 2$ 与 $2x^2 + y^2 = 2$ 有两个不同的公共点.
2. 当直线 $y = 2x + b$ 与椭圆 $2x^2 + y^2 = 2$ 有公共点时, 实数 b 的取值范围是_____.
3. 直线 $y = 2x + b$ 被椭圆 $9x^2 + 4y^2 = 144$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$, 则 b 的值为_____.
4. 直线 $x + 2y + m = 0$ 被椭圆 $3x^2 + 4y^2 = 24$ 截得弦中点的轨迹方程为_____.
5. 若直线 $y = kx + 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{m} = 1$ 恒有公共点, 则实数 m 的取值范围为_____.
6. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与直线 $y = -x + 1$ 交于 A 、 B 两点, 若过原点与线段 AB 中点的直线的斜率为 $\frac{1}{2}$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.
7. 若椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的弦 AB 被点 $P(1, 1)$ 平分, 则 AB 所在直线的方程为 ()
(A) $9x + 4y - 13 = 0$ (B) $4x + 9y - 13 = 0$
(C) $x + 2y - 3 = 0$ (D) $x + 3y - 3 = 0$
8. 已知椭圆 C 的焦点分别为 $(-2\sqrt{2}, 0)$ 、 $(2\sqrt{2}, 0)$. 长轴长为 6, 直线 $y = x + 2$ 交椭圆 C 与 A 、 B 两点, 求线段 AB 的中点的坐标.

9. 点 P 到定点 $F(2, 0)$ 的距离是它到直线 $x = 8$ 的距离的一半, 求点 P 的轨迹方程, 并说明轨迹是什么图形.

【达标作业】

10. 水星运转的轨迹是以太阳的中心为一个焦点的椭圆, 轨迹上离太阳中心最近距离约为 4.7×10^8 千米, 最远距离约为 7.05×10^8 千米. 假设以这个轨迹的中心为原点, 以太阳中心及轨道中心所在直线为 x 轴, 建立直角坐标系, 求水星轨道的方程. (保留三位小数)

11. 椭圆 $x^2 + 2y^2 = 1$ 上任意一点 P , 与定点 $A(3, 0)$, 求

(1) PA 连线中点的轨迹方程;

(2) 点 P 到直线 $x - y - 4 = 0$ 的距离的最小值.

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与直线 $x + 2y - 2 = 0$ 交于 A, B 两点, $|AB| = \sqrt{5}$, 且 AB 的中点的坐标 $\left(m, \frac{1}{2}\right)$, 求此椭圆的方程.

【荣誉作业】

13. 已知椭圆的两个焦点是 $F_1(0, -2\sqrt{2})$, $F_2(0, 2\sqrt{2})$, 且有 $e = \frac{2}{3}\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 试问是否存在直线 L , 使 L 与椭圆交于不同的两点 M, N , 且线段 MN 恰被直线 $x = -\frac{1}{2}$ 平分? 若存在, 求 L 的倾斜角的取值范围, 若不存在, 说明理由.

2.2 (3) 椭圆的性质(2) (课前)

班级_____ 姓名_____ 学号_____

【学习目标】

1. 掌握直线与椭圆的位置关系.
2. 会求平行弦中点的轨迹.
3. 会用代数方法研究直线与椭圆相交时的有关中点和弦长问题.

【例题讲解】

例 1. 设直线与椭圆的方程分别为 $2x-y=b$ 与 $\frac{x^2}{75} + \frac{y^2}{25} = 1$, 当 b 为何值时, 它们满足下列关系:

(1) 直线与椭圆有且只有一个公共点;

(2) 直线与椭圆有两个公共点;

(3) 直线与椭圆没有公共点.

(4) 所截得的弦长为 $\frac{\sqrt{60}}{13}$.

∴ 求椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 中斜率为 1 的平行弦的中点的轨迹.

例 3. 已知 $P(x_0, y)$ 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的点, F_1 、 F_2 是椭圆的两个焦点. 分别求下列条件 x_0 的取值范围:

(1) 若 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$; (2) 若 $\angle F_1PF_2 > 90^\circ$.

例 4.我国发射的第一颗人造地球卫星，它的运行轨道是以地球的中心 F_2 为一个焦点的椭圆，椭圆长轴的两个端点 A, B 分别为近地点和远地点，如图所示．卫星在近地点 A 与地球表面的距离约为 440km ，在远地点 B 与地球表面的距离约为 2384km ，地球中心与 A, B 在同一直线上．已知地球的半径 R 约为 6371km ．以 km 为单位，建立适当的平面直角坐标系，求卫星轨道的方程．(结果精确到 1km)



【课堂练习】

1. 已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 上一个动点， F_1 是椭圆的左焦点．求 $|PF_1|$ 的最大值和最小值．
2. 点 P 在焦点为 F_1, F_2 的椭圆 $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ 上，且 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$ ．求 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的值．
3. 已知直线 $l: y = mx - 2$ 与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 相交于两个不同的点，求实数 m 的取值范围．